Classe: TSSI	Date: 6 février 2014	**Type**
Devoir n°15		**Interrogation**
Thème: Primitives		

Déterminer les primitives de chacune des fonctions f sur l'intervalle I

1°) $f(x)=x^3-4x^2+3x-5$ I=IR

2°) $f(x)=\frac{3x^2-5x+2}{3}$ I=IR

3°) $f(x)=x+1+\frac{1}{x^2}$ $I=]0,+\infty[$

4°) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(x)}}+2x-\sin(x)$ $I=]0,+\infty[$

5°) $f(x)=2(x-3)^3$ I=IR

6°) $f(x)=3x^2(x^3+4)$ I=IR

7°) $f(x)=\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$ I=IR

8°) $f(x)=\frac{3x}{(x^2+1)^3}$ I=IR

9°) $f(x)=3\cos(x)+5\sin(2x)$ I=IR

10°) $f(x)=\sin(3x)+2\cos(2x)$ I=IR

<u>Correction :</u>

1°) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 5$

Donc $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} - 5x + k$ $(k \in \mathbb{R})$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 5x + k} \quad (k \in \mathbb{R})$$

2°) $f(x) = \frac{1}{3}(3x^2 - 5x + 2)$

Donc $F(x) = \frac{1}{3}\left(3\frac{x^3}{3} - 5\frac{x^2}{2} + 2x\right) + k$ $(k \in \mathbb{R})$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + k} \quad (k \in \mathbb{R})$$

3°) $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x^2}$

$$\boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{x} + k} \quad (k \in \mathbb{R})$$

4°) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2x - \sin(x)$

$$\boxed{F(x) = 2\sqrt{x} + x^2 + \cos(x) + k} \quad (k \in \mathbb{R})$$

5°) $f(x) = 2(x-3)^3 = 2u^3$ avec $\begin{cases} u = x-3 \\ u' = 1 \end{cases}$

Donc $f(x) = 2u'u^3$

Ainsi $F(x) = 2\frac{u^4}{4} + k$ $(k \in \mathbb{R})$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{2}(x-3)^4 + k} \quad (k \in \mathbb{R})$$

6°) $f(x) = 3x^2(x^3+4) = u'u$ avec $\begin{cases} u = x^3+4 \\ u' = 3x^2 \end{cases}$

Donc $\boxed{F(x) = \frac{u^2}{2} + k = \frac{1}{2}(x^3+4)^2 + k}$ $k \in \mathbb{R}$

7°) $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} = \dfrac{u'}{u^2}$ avec $u = x^2+x+1$

Donc $\boxed{F(x) = -\dfrac{1}{u} + k = -\dfrac{1}{x^2+x+1} + k}$ $(k \in \mathbb{R})$

8°) $f(x) = \dfrac{3x}{(x^2+1)^3} = \dfrac{3x}{u^3}$ avec $u = x^2+1$, $u' = 2x$

Donc $f(x) = \dfrac{3}{2} \times \dfrac{2x}{u^3} = \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{u'}{u^3} = \dfrac{3}{2} u' u^{-3}$

D'où $F(x) = \dfrac{3}{2} \dfrac{u^{-2}}{-2} + k = \dfrac{3}{-4} \cdot \dfrac{1}{u^2} + k$ $(k \in \mathbb{R})$

$\boxed{F(x) = -\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{(x^2+1)^2} + k}$ $(k \in \mathbb{R})$

9°) $f(x) = 3\cos(x) + 5\sin(2x)$

$\boxed{F(x) = 3\sin(x) - \dfrac{5}{2}\cos(2x) + k}$ $(k \in \mathbb{R})$

10°) $f(x) = \sin(3x) + 2\cos(2x)$

$\boxed{F(x) = -\dfrac{1}{3}\cos(3x) + \sin(2x) + k}$ $(k \in \mathbb{R})$