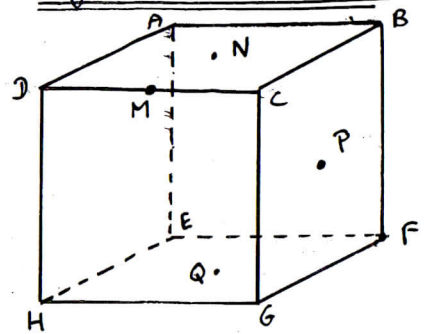


Géométrie dans l'espace

Partie I Voir dans l'espace.

$ABCDEFGH$ est un cube.
 N est le centre de la face $ABCD$,
 M est le milieu de $[DC]$,
 Q est le centre de la face $EFGH$,
 P est le centre de la face $BCGF$.



Exercice 1: Indiquez, dans chaque cas, si l'affirmation est vraie.

- 1°) Les points suivants sont coplanaires:
 - (a) A, B, C, P . **NON**
 - (b) M, N, E, H . **OUI**
 - (c) M, C, P, F . **OUI**
 - (d) N, B, P, G . **OUI**
 - (e) M, P, E, F . **OUI**
 - (f) E, G, A, B . **NON**
- 2°) Les droites suivantes sont sécantes:
 - (a) (AN) et (DC) . **OUI**
 - (b) (AG) et (BH) . **OUI**
 - (c) (QP) et (FG) . **NON**
 - (d) (FG) et (MP) . **NON**
 - (e) (EF) et (MP) . **OUI**
 - (f) (NQ) et (DF) . **OUI**
- 3°) Le plan et la droite suivants sont sécants:
 - (a) (ABC) et (DH) . **OUI**
 - (b) (EFG) et (MQ) . **OUI**
 - (c) (MNQ) et (AP) . **OUI**
 - (d) (DBH) et (NF) . **NON**
 - (e) (ABE) et (QP) . **NON**
 - (f) (EHQ) et (MP) . **OUI**

Exercice 2: Déterminer l'intersection des plans suivants.

- 1°) (ABD) et (BCP) . **(CB)**
- 2°) (EHG) et (BCP) . **(CF)**
- 3°) (DBF) et (AEG) . **(NQ)**
- 4°) (MNQ) et (ABC) . **(MN)**
- 5°) (MNQ) et (BCP) . **∅**
- 6°) (MNB) et (DCA) . **(CA)**

Partie II Dessiner dans l'espace.

Exercice 1: Sur la figure n°1:

- 1°) Déterminez l'intersection des droites (IJ) et (AC)
- 2°) Déduisez-en l'intersection du plan (IJK) et du plan (ACD)
- 3°) Dessinez la section du tétraèdre par le plan (IJK) .

Exercice 2: sur la figure n°2, déterminez:

- 1°) La section du tétraèdre par le plan (IJK)
- 2°) L'intersection des plans (IJK) et (BCD) .

Exercice 3: sur la figure n°3:

- 1°) Déterminez l'intersection du plan (IJK) et de la droite (AC) .
- 2°) Déduisez-en l'intersection des plans (IJK) et (ACD) .
- 3°) Dessinez la section du tétraèdre par le plan (IJK) .

Exercice 4: sur les figures n°4 et n°5, construisez la section du tétraèdre $ABCD$ par le plan (IJK) dans chacun des cas.

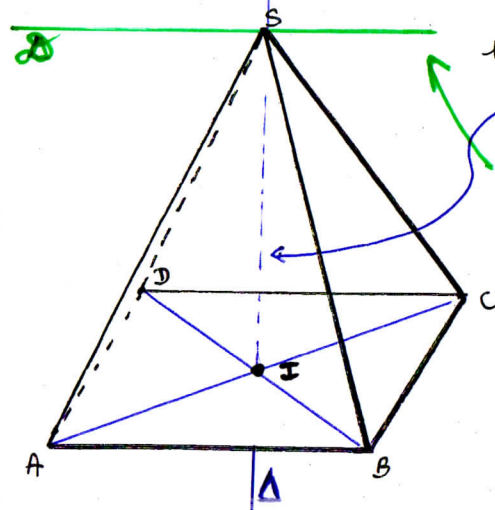
Partie III Démontrer dans l'espace.

Exercice 1: Une pyramide $SABCD$ a pour base un carré $ABCD$. Démontrer que l'intersection des plans (SAB) et (SCD) est une droite parallèle au plan (ABC) .

Exercice 2: On prend le cube de la figure 6. I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[FB], [FE], [FG]$. Démontrer que les plans (BEG) et (IJK) sont parallèles.

Exercice 3: Toujours sur la figure 6, construire l'intersection des plans (BEG) et (ABC) . (Justifier la construction)

Exercice 4: $SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée



1°) Construire l'intersection des plans (SBD) et (SAC)

2°) Construire l'intersection Δ des plans (SAB) et (SDC) .

Figure 1.

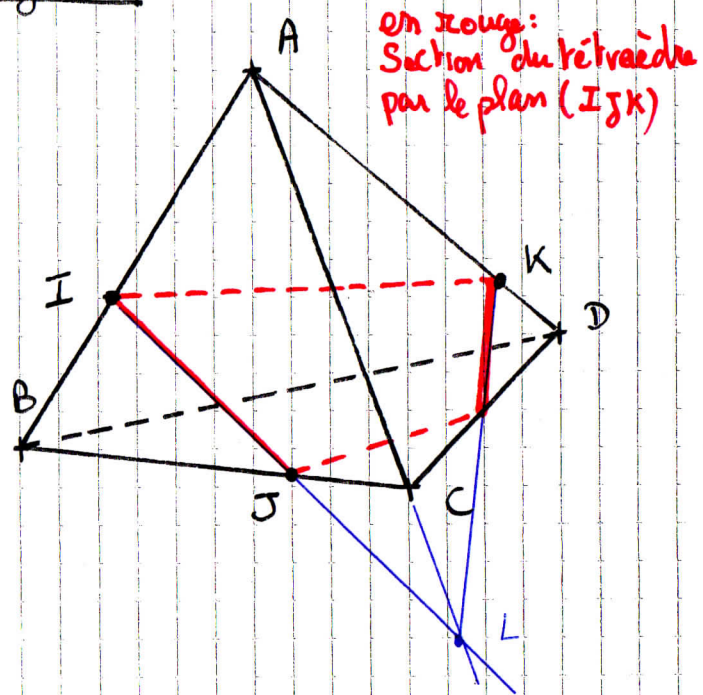


Figure 2

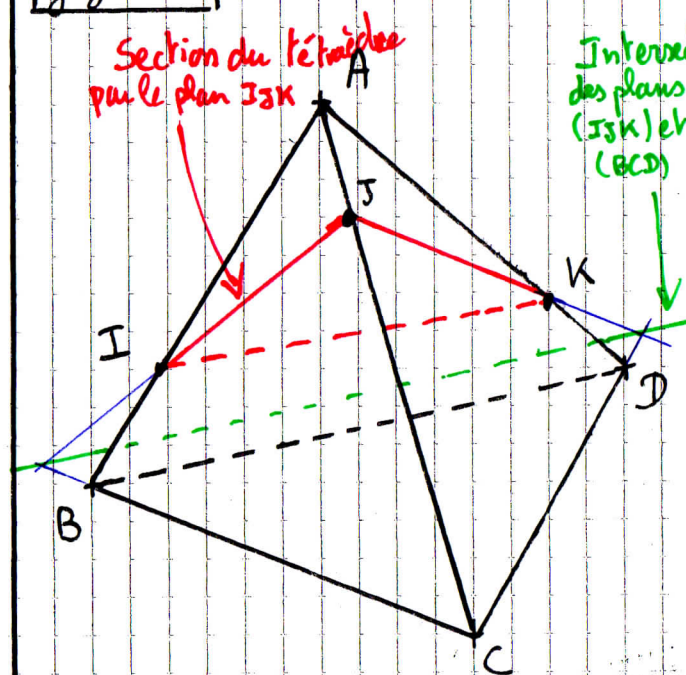


Figure n°3 J est un point de la face (ADC). 3/3

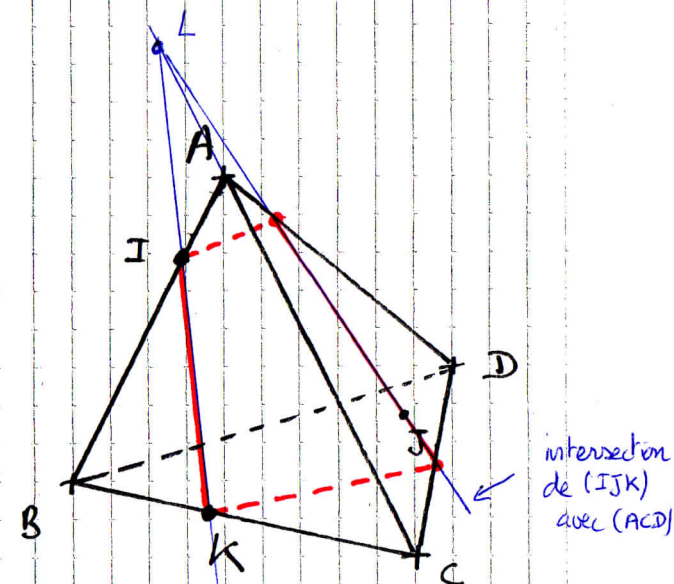


Figure 4 I est dans la face (ABC) J est sur la face (ACD). K est sur [AC].

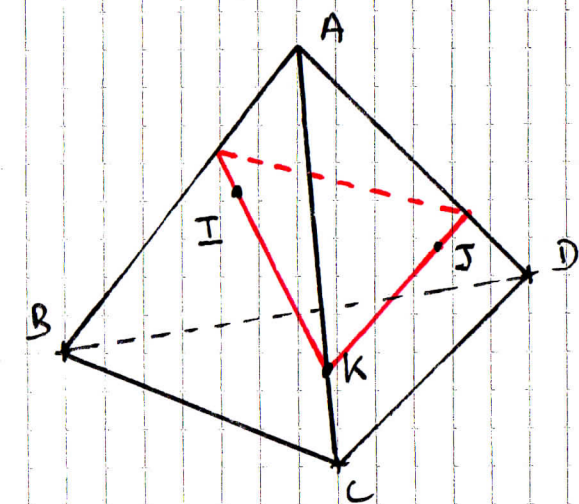


Figure 5 I est dans la face (ABC) et J est dans la face (ACD). K est sur [CD].

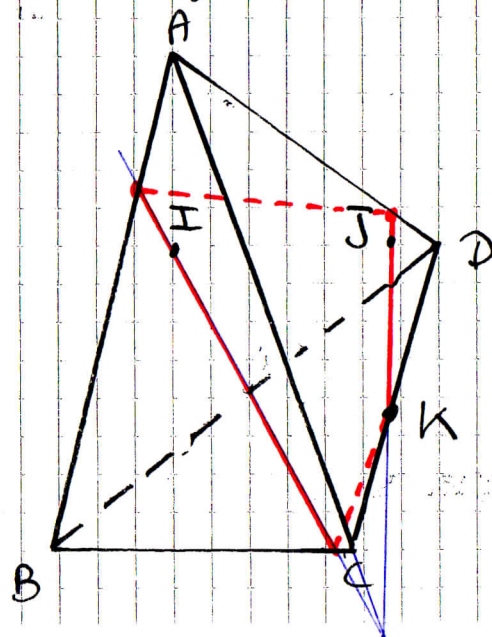
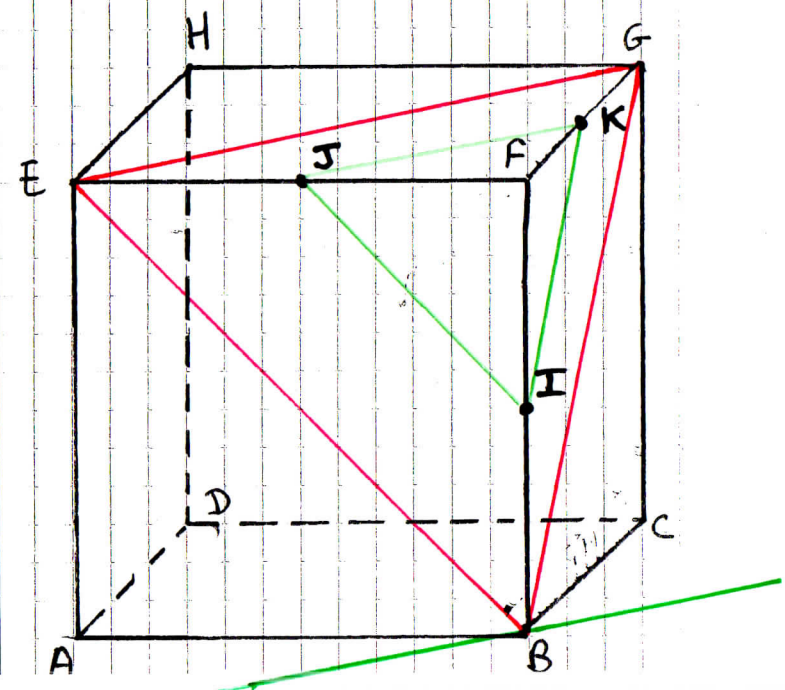
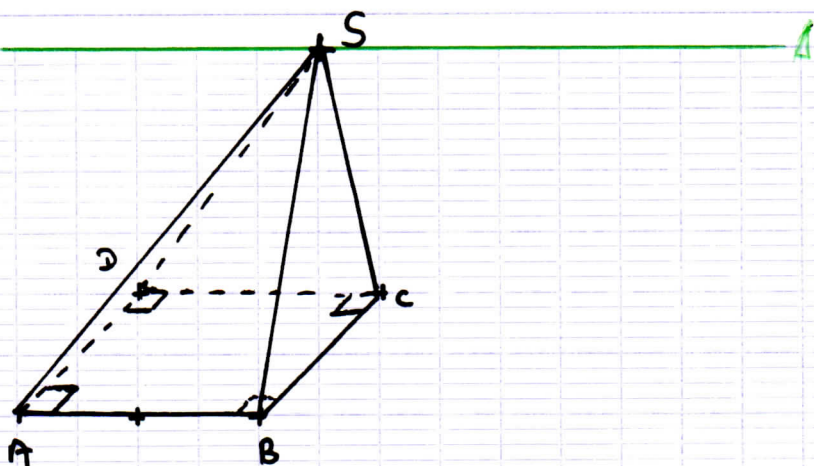


Figure 6



Partie III

Exercice 1:



La droite (AB) est incluse dans le plan (ABS) , donc $(AB) \parallel (ABS)$
La droite $(AB) \parallel (DC)$ car $ABCD$ est un carré

Donc (AB) est parallèle au plan (DCS) car $(DC) \subset (DCS)$

Comme (AB) est parallèle aux deux plans (ABS) et (DCS) on peut affirmer, d'après le théorème du toit, que (AB) est parallèle à l'intersection Δ des plans (SAB) et (SDC)

Or (AB) est incluse dans $(ABCD)$ et $(AB) \parallel \Delta$, donc Δ est parallèle au plan (ABC) .

Exercice 2: Pour démontrer que deux plans sont parallèles, il suffit de démontrer que deux droites sécantes d'un des plans sont toutes les deux parallèles à l'autre plan.

Or ici, la droite (IJ) est parallèle à (EB) (théorème de la droite des milieux), donc (IJ) est une droite parallèle au plan (EBG) .

De même, $(IK) \parallel (BG)$ (th. de la droite des milieux)
Donc $(IK) \parallel (EBG)$.

Or les droites (IJ) et (IK) sont deux droites sécantes du plan (IJK) et sont toutes les deux parallèles au plan (EBG) , donc les plans (IJK) et (EBG) sont parallèles.

Exercice 3: Les plans (BEG) et (ABC) ne sont pas parallèles, leur intersection est donc une droite.

- Le point B est évidemment dans les plans (BEG) et (ABC) .
Donc la droite cherchée passe par B .

- D'autre part, le plan (BEG) coupe le plan (EFG) suivant la droite (EG) . Comme les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles, le plan (BEG) coupera ces deux plans suivant deux droites parallèles.

Donc l'intersection de (BEG) avec (ABC) est la droite passant par B et parallèle à (EG) . On peut la construire.

Exercice 4:

1°) Les droites (DB) et (AC) sont coplanaires et sécantes en I .

- $S \in (SBD)$ et $S \in (SAC)$, donc S est sur $\Delta = (SBD) \cap (SAC)$
- $I \in (SBD)$ car $I \in (BD)$
 $I \in (SAC)$ car $I \in (AC)$ } donc $I \in \Delta$.

conclusion: $\Delta = (SI)$: on peut la tracer.

2°) On a vu à l'exercice 1 que cette droite est parallèle à (AB) .
Donc cette droite Δ passe par S et est parallèle à (AB) .
Cela suffit pour la construire.