Déterminer les primitives sur l'intervalle I des fonctions suivantes.

1°) $f(x)=-x^3+6x^2+10x-4$, I=IR.

2°) $f(x)=2x^5-5x^3+5x$, I=IR.

3°) $f(x)=\frac{x^2-2x+4}{3}$, I=IR.

4°) $f(x)=-\frac{1}{x^3}+\frac{4}{x^2}-1$, $I=]0;+\infty[$.

5°) $f(x)=1-\frac{1}{x^3}$, $I=]0;+\infty[$.

6°) $f(x)=(x+2)^3$, I=IR.

7°) $f(x)=\frac{(x-1)^5}{3}$, I=IR.

8°) $f(x)=2(3x-1)^5$, I=IR.

9°) $f(x)=2x(1+x^2)^5$, I=IR.

10°) $f(x)=\sin(x).\cos(x)$, I=IR.

11°) $f(x)=\frac{2}{(x+4)^3}$, $I=]-4;+\infty[$.

12°) $f(x)=\frac{x-1}{(x^2-2x-3)^2}$, $I=]3;+\infty[$.

13°) $f(x)=\frac{4x^2}{(x^3+8)^3}$, $I=]-2;+\infty[$.

14°) $f(x)=\frac{2x-1}{(x^2-x+3)^2}$, I=IR.

15°) $f(x)=\frac{2}{\sqrt{(2x+1)}}$, $I=\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$.

16°) $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{(x^2-1)}}$, $I=]1;+\infty[$.

17°) $f(x)=\cos(3x)+\sin(2x)$, I=IR.

18°) $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$, I=IR.

19°) $f(x)=3\cos(x)-2\sin(2x)+1$, I=IR.

Correction

1°) $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 10x - 4$

donc $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 6\frac{x^3}{3} + 10\frac{x^2}{2} - 4x + k \quad , k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 4x + k \ , \ k \in \mathbb{R}}$$

2°) $f(x) = 2x^5 - 5x^3 + 5x$

donc $F(x) = 2\frac{x^6}{6} - 5\frac{x^4}{4} + 5\frac{x^2}{2} + k \quad , k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{3}x^6 - \frac{5}{4}x^4 + \frac{5}{2}x^2 + k \ , \ k \in \mathbb{R}}$$

3°) $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 2x + 4)$

donc $F(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + 4x\right) + k \quad , k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x\right) + k \ , \ k \in \mathbb{R}}$$

4°) $f(x) = -x^{-3} + 4\times\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1$

Donc $F(x) = -\frac{x^{-2}}{-2} - 4\times\left(\frac{1}{x}\right) - x + k \ , \ k \in \mathbb{R}$

Donc $\boxed{F(x) = \frac{1}{2x^2} - \frac{4}{x} - x + k \ , \ k \in \mathbb{R}}$

5°) $f(x) = 1 - x^{-3}$

Donc $F(x) = x - \frac{x^{-2}}{-2} + k \ , \ k \in \mathbb{R}$

Donc $\boxed{F(x) = x + \frac{1}{2x^2} + k \ , \ k \in \mathbb{R}}$

6°) $f(x) = (x+2)^3$ ← je ne développe pas, je vais utiliser la formule qui concerne les primitives de $u'u^n$

$f(x) = u' . u^3$ avec $u = (x+2)$, donc $u' = 1$

donc $F(x) = \frac{u^4}{4} + k$, $k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{4}(x+2)^4 + k, \quad k \in \mathbb{R}}$$

7°) $f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^5 = \frac{1}{3} u' . u^5$ avec $u = x-1$, donc $u' = 1$

d'où $F(x) = \frac{1}{3} \frac{u^6}{6} + k$, $k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{18}(x-1)^6 + k}, \quad k \in \mathbb{R}$$

8°) $f(x) = 2(3x-1)^5 = 2u^5$ avec $u = 3x-1$ donc $u' = 3$

d'où $f(x) = \frac{2}{3} \times 3u^5 = \frac{2}{3} \times u' . u^5$

Donc $F(x) = \frac{2}{3} . \frac{u^6}{6} + k$, $k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{1}{9}(3x-1)^6 + k, \quad k \in \mathbb{R}}$$

9°) $f(x) = 2x(1+x^2)^5 = u' . u^5$ avec $u = 1+x^2$, $u' = 2x$

Donc $F(x) = \frac{u^6}{6} + k$, $k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{F(x) = \frac{(1+x^2)^6}{6} + k, \quad k \in \mathbb{R}}$$

10°) $f(x) = \sin(x).\cos(x) = u\,u'$ avec $u = \sin(x)$, $u' = \cos(x)$

Donc $\boxed{F(x) = \dfrac{u^2}{2} + k = \dfrac{\sin^2(x)}{2} + k \quad , k \in \mathbb{R}}$

11°) $f(x) = \dfrac{2}{(x+4)^3} = 2(x+4)^{-3} = 2u'.u^{-3}$ avec $u = x-4$, $u' = 1$

Donc $F(x) = 2\dfrac{u^{-2}}{-2} + k = -\dfrac{1}{u^2} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$\boxed{F(x) = -\dfrac{1}{(x-4)^2} + k \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}}$

12°) $f(x) = \dfrac{x-1}{(x^2-2x-3)^2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2x-2}{(x^2-2x-3)^2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{u'}{u^2}$ avec $u = x^2-2x-3$, $u' = 2x-2$

Donc $F(x) = \dfrac{1}{2} \times \left(-\dfrac{1}{u}\right) + k \quad , k \in \mathbb{R}$

$\boxed{F(x) = -\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{x^2-2x-3} + k \quad , k \in \mathbb{R}}$

13°) $f(x) = \dfrac{4x^2}{(x^3+8)^3} \leftarrow$ presque u' avec $u = x^3+8$, $u' = 3x^2$

$f(x) = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{3x^2}{(x^3+8)^3} = \dfrac{4}{3}\dfrac{u'}{u^3} = \dfrac{4}{3}u'u^{-3}$

Donc $\boxed{F(x) = \dfrac{4}{3}\dfrac{u^{-2}}{-2} + k = -\dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{(x^3+8)^2} + k \quad , k \in \mathbb{R}}$

14°) $f(x) = \dfrac{2x-1}{(x^2-x+3)^2} = \dfrac{u'}{u^2}$ avec $u = x^2-x+3$, $u' = 2x-1$

$\boxed{F(x) = -\dfrac{1}{u} + k = -\dfrac{1}{x^2-x+3} + k \quad , k \in \mathbb{R}}$

15°) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{2x+1}} = \dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u = 2x+1$, $u' = 2$

Donc $\boxed{F(x) = 2\sqrt{u} + k = 2\sqrt{2x+1} + k \quad , k \in \mathbb{R}}$

16°) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u = x^2-1$, donc $u' = 2x$

donc $\boxed{F(x) = 2\sqrt{u} + k = 2\sqrt{x^2-1} + k \quad , \quad k \in \mathbb{R}}$

17°) $f(x) = \cos(3x) + \sin(2x)$

Donc $\boxed{F(x) = \frac{\sin(3x)}{3} - \frac{\cos(2x)}{2} + k \quad , \quad k \in \mathbb{R}}$

18°) $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$

$\boxed{F(x) = -\frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)}{-2} + k = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)}{2} + k \quad , \quad k \in \mathbb{R}}$

19) $f(x) = 3\cos(x) - 2\sin(2x) + 1$

$F(x) = 3\sin(x) + 2\frac{\cos(2x)}{2} + x + k \quad , \quad k \in \mathbb{R}$

$\boxed{F(x) = 3\sin(x) + \cos(2x) + x + k \quad , \quad k \in \mathbb{R}}$