Classe: TS1ET	Date: 18/02/2014	**Type**
Devoir n°9		**Devoir surveillé**
Thème: Probabilités		

Exercice 1

Une entreprise de matériel pour l'industrie produit des modules constitués de 2 types de pièces : P_1 et P_2 .

On note A l'événement : « une pièce P_1 choisie au hasard dans la production des pièces P_1 est défectueuse ». On note de même B l'événement : « une pièce P_2 choisie au hasard dans la production des pièces P_2 est défectueuse ».

On admet que les probabilités des événements A et B sont : P(A)=0,03 et P(B)=0,07 et on suppose que ces deux événements sont indépendants.

Un module étant choisi au hasard dans la production, calculer à 10^{-4} près la probabilités des événements suivants

- E_1 : «Les 2 pièces du module sont défectueuses »
- E_2 : «Au moins une des 2 pièces du module est défectueuse »
- E_3 : «Aucune des 2 pièces constituant le module n'est défectueuse ».

Exercice 2

Une entreprise fabrique et commercialise des composants électroniques assemblés dans deux ateliers numérotés 1 et 2.

L'atelier 1 fournit 80 % de la production et l'atelier 2 fournit les 20 % restants.

On a remarqué que 1,5 % des composants issus de l'atelier 1 sont défectueux, et que 4 % des composants issus de l'atelier 2 sont défectueux.

On prend au hasard un composant dans la production d'une journée et on considère les événements suivants :

- événement A : « le composant provient de l'atelier 1 » ;
- événement B : « le composant provient de l'atelier 2 » ;
- événement D : « le composant est défectueux ».

1. Déduire de l'énoncé les probabilités P(A) et P(B), ainsi que les probabilités conditionnelles $P_A(D)$ et $P_B(D)$.

2. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré de probabilités.
3. Calculer la probabilité de l'événement *D*.
4. On constate qu'un composant est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'atelier 1 ?

Exercice 3

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau :

x_i	-3	-1	0	1	3	6
$P(X=x_i)$	0,1	0,2		0,05	0,25	0,15

1°) Calculer $P(X=0)$.

2°) Calculer $P(X>1)$.

3°) Déterminer l'espérance, la variance et l'écart type de X.

Correction du devoir

Exercice 1

A = " une pièce P_1 choisie au hasard dans la production des pièces P_1 est défectueuse "
B = " ——— P_2 ——— P_2 ——— "

On a : $P(A) = 0{,}03$ et $P(B) = 0{,}07$. Les événements A et B sont indépendants.

- **Nous avons** $E_1 = A \cap B$

  Donc $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) . P(B)$ (car A et B sont indépendants)
  $= 0{,}03 \times 0{,}07 = \underline{\underline{0{,}0021}}$

  2pts { 1 : résultat ; 0,5 : justif par indép. ; 0,5 : rédaction

- **On a :** $E_2 = A \cup B$

  Donc $P(E_2) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  $= 0{,}03 + 0{,}07 - 0{,}0021$
  $= \underline{\underline{0{,}0979}}$

  2pts { 1,5 : résultat ; 0,5 : ~~résultat~~ rédaction

- $E_3 = \overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$

  Donc $P(E_3) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$
  $= 1 - 0{,}0979 = \underline{\underline{0{,}9021}}$

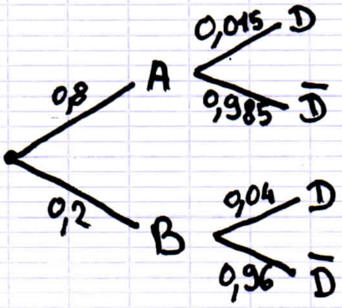
  2pts { 1,5 : résultat ; 0,5 : rédaction

Exercice 2 (8pts)

1°) D'après l'énoncé : $P(A) = 0{,}8$, $P(B) = 0{,}2$ } 1pt

$P_A(D) = 0{,}015$, $P_B(D) = 0{,}04$ } 1pt

2°) Traduisons l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilités :



2pts

3°) D'après l'arbre précédent :

$$P(D) = 0{,}8 \times 0{,}015 + 0{,}2 \times 0{,}04$$

$$\boxed{P(D) = 0{,}02}$$

2 pts

4°) On cherche $P_D(A)$

$$P_D(A) = \frac{P(D \cap A)}{P(D)} \quad \text{(par définition)}$$

$$= \frac{0{,}8 \times 0{,}015}{0{,}02} \leftarrow \text{(Voir arbre)}$$

$$\boxed{P_D(A) = 0{,}6}$$

2 pts

Exercice 3 (6 pts)

1°) La somme de toutes les probabilités vaut 1, donc $\boxed{P(X=0) = 0{,}25}$

1 pt

2°) $P(X>1) = P(X=3) + P(X=6) = 0{,}25 + 0{,}15 = \underline{\underline{0{,}4}}$

1 pt

3°) $E(X) = 0{,}1 \times (-3) + 0{,}2 \times (-1) + 0 + 0{,}05 \times 1 + 0{,}25 \times 3 + 0{,}15 \times 6$

$\boxed{E(X) = 1{,}2}$

1 pt

Pour la variance : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

avec : $E(X^2) = 0{,}1 \times 9 + 0{,}2 \times 1 + 0 + 0{,}05 \times 1 + 0{,}25 \times 9 + 0{,}15 \times 36$

$E(X^2) = 8{,}8$

Donc : $\boxed{V(X) = 8{,}8 - 1{,}2^2 = 7{,}36}$

2,5 pts

Ainsi l'écart type de X vaut : $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{7{,}36} \simeq 2{,}713}$

0,5 pt

(Résultats vérifiés à la calculatrice)