Classe: TS1ET	Date: 16/10/2013	Type Interrogation
Devoir n°2		
Thème: Nombres complexes		

Exercice 1

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes:

$$z_1=(3+2i)^2\ ;\quad z_2=(1+2i)(1-5i)\ ;\quad z_3=\frac{2-3i}{5+i}$$

Exercice 2

Compléter (sans calculs) le tableau suivant:

Forme algébrique	Module	argument	Forme exponentielle
$z_0=3i$			
$z_1=-5$			
$z_2=2-2i$			
$z_3=$			$z_3=2e^{i\frac{\pi}{3}}$
$z_4=-i$			
$z_5=1-i$			

Exercice 3

Déterminer le module et un argument du nombre complexe: $z=\sqrt{3}-i$.

Exercice 4

Soit l'équation (E): $z^2-z+1=0$.

a) Résoudre l'équation (E).

b) Mettre sous forme exponentielle les deux solutions z_1 et z_2 .

c) En utilisant l'écriture exponentielle, calculer $z_1\times z_2$.

Classe: TS1ET	Date: 16/10/2013	**Type**
Devoir n°2		**Interrogation**
Thème: Nombres complexes		

Exercice 1

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes:

$$z_1=(3+2i)^2\ ;\quad z_2=(1+2i)(1-5i)\ ;\quad z_3=\frac{2-3i}{5+i}$$

Exercice 2

Compléter (sans calculs) le tableau suivant:

Forme algébrique	Module	argument	Forme exponentielle	
$z_0=3i$	3	$\frac{\pi}{2}$	$z_0=3e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75
$z_1=-5$	5	π	$z_1=5e^{i\pi}$	0,75
$z_2=2-2i$	$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$z_2=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	1 = 0,5 + 0,25 + 0,25
$z_3=1+i\sqrt{3}$	2	$\frac{\pi}{3}$	$z_3=2e^{i\frac{\pi}{3}}$	1 = 0,5 + 0,25 + 0,25
$z_4=-i$	1	$-\frac{\pi}{2}$	$z_4=e^{-i\frac{\pi}{2}}$	0,75
$z_5=1-i$	$\sqrt{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$z_5=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	0,75

Exercice 3

Déterminer le module et un argument du nombre complexe: $z=\sqrt{3}-i$.

Exercice 4

Soit l'équation (E): $z^2-z+1=0$.

a) Résoudre l'équation (E).

b) Mettre sous forme exponentielle les deux solutions z_1 et z_2 .

c) En utilisant l'écriture exponentielle, calculer $z_1\times z_2$.

Correction du devoir.

Exercice 1

$$z_1 = (3+2i)^2 = 3^2 + 2\times 3\times 2i + (2i)^2 = 9 + 12i - 4 = 5 + 12i$$ (1pt)

$$z_2 = (1+2i)(1-5i) = 1\cancel{4} - 5i + 2i - 10i^2 = 11 - 3i$$ (1pt)

$$z_3 = \frac{2-3i}{5+i} = \frac{(2-3i)(5-i)}{25+1} = \frac{10-2i-15i-3}{26} = \frac{7-17i}{26} = \frac{7}{26} - \frac{17}{26}i$$ (2pts)

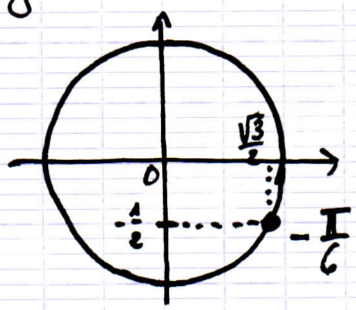
Exercice 2: voir tableau de l'énoncé

Exercice 3: $z = \sqrt{3} - i$

module de z : $|z| = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ (1pt)

argument de z : Je note $\theta = \arg(z)$

On a $\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$



Donc $\theta = -\frac{\pi}{6}\ (2\pi)$ (3pts)

conclusion : $\boxed{|z| = 2 \quad \text{et} \quad \arg(z) = -\frac{\pi}{6}\ (2\pi)}$

Exercice 4: $z^2 - z + 1 = 0$

a) $\Delta = (-1)^2 - 4\times 1\times 1 = 1 - 4 = -3$

Il y a donc deux solutions complexes : $\begin{cases} z_1 = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2} \\ z_2 = \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ (3pts)

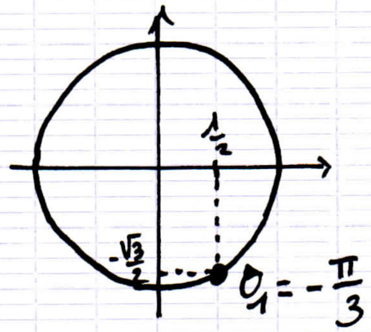
b) Pour mettre z_1 et z_2 sous forme exponentielle, il faut déterminer le module et un argument de z_1 et z_2.

- $z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

  - $|z_1| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{1} = 1$

  - Je note $\theta_1 = \arg(z_1)$

$$\begin{cases} \cos\theta_1 = \frac{1}{2} \\ \sin\theta_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



Donc $\theta_1 = -\frac{\pi}{3}\ (2\pi)$

conclusion : La forme exponentielle de z_1 est :

$$\boxed{z_1 = e^{-i\frac{\pi}{3}}}$$

- Comme $z_2 = \overline{z_1}$, on sait que $|z_2| = |\overline{z_1}| = |z_1| = 1$
  et $\arg(z_2) = -\arg(z_1) = \frac{\pi}{3}$

conclusion : La forme exponentielle de z_2 est :

$$\boxed{z_2 = e^{i\frac{\pi}{3}}}$$

3pts

c) $z_1 \times z_2 = e^{-i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} = e^{i0} = 1$.

1pt