

Devoir n°13 : Interrogation

Sujet : Question 1 : Donnez la formule d'intégration par parties

Question 2 : ① A la calculatrice, donnez une valeur approchée de :

$$I = \int_1^2 x e^x dx$$

② A l'aide d'une intégration par parties, calculez la valeur exacte de I .

Question 3 : A l'aide d'une intégration par parties, calculez :

$$J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} (2t-1) \cos(t) dt$$

Correction :

Question 1

La formule d'intégration par partie s'écrit :

$$\int_a^b u'v dt = \left[uv \right]_a^b - \int_a^b u v' dt \quad (2)$$

Question 2

① A la calculatrice, on obtient $I \approx 7,389$ (2)

$$(2) \quad I = \int_1^2 x e^x dx$$

On intègre par parties en posant : $\begin{cases} u' = e^x & u = e^x \\ v = x & v' = 1 \end{cases}$

On obtient:

$$I = \left[x e^x \right]_1^2 - \int_1^2 e^x dx$$

$$I = 2e^2 - e - \left[e^x \right]_1^2 = 2e^2 - e - (e^2 - e^1) = e^2$$

$$\boxed{I = e^2} \quad (3)$$

Question 3

$$J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} (2t-1) \cos(t) dt$$

On intègre par parties en posant: $\begin{cases} u' = \cos(t) \\ v = 2t-1 \end{cases} \quad \begin{matrix} u = \sin(t) \\ v' = 2 \end{matrix}$

On obtient:

$$J = \left[(2t-1) \sin(t) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 2 \sin(t) dt$$

$$= (4\pi-1) \sin(2\pi) - \left((-\pi-1) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) - \left[-2 \cos(t) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi}$$

$$= 0 - (-\pi-1) \times (-1) + (2 \cos(2\pi) - 2 \cos(-\frac{\pi}{2}))$$

$$= 0 - \pi - 1 + 2 - 0$$

$$= 1 - \pi$$

$$\boxed{J = 1 - \pi} \quad (3)$$