

Chapitre : Droites et plans de l'espace

① Règles fondamentales de géométrie de l'espace.

- * Par trois points non alignés passe un plan et un seul
- * Si A et B sont deux points distincts d'un plan (P) , alors la droite (AB) est incluse dans (P) .
- * Tous les résultats de géométrie plane s'appliquent dans chaque plan de l'espace.

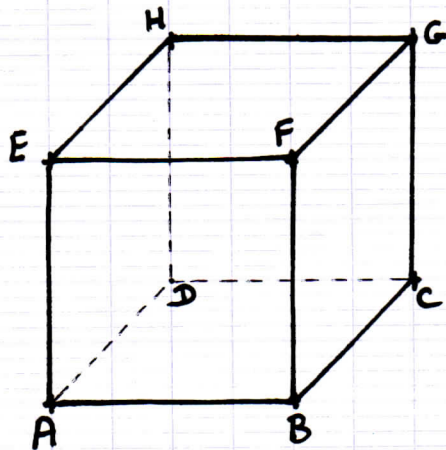
② Positions relatives de droites et plans de l'espace.

a) Position relative de deux droites

Deux droites de l'espace sont :

- * Soit coplanaires (c'est à dire qu'il existe un plan qui contient les deux droites).
Dans ce cas elles sont sécantes ou parallèles.
- * Soit non coplanaires, et dans ce cas, elles ne sont ni sécantes, ni parallèles.

Illustration dans le cube $(ABCDEFGH)$



- * Les droites (AC) et (BD) sont coplanaires et sécantes.
- * Les droites (EG) et (AC) sont coplanaires et parallèles.
- * Les droites (EH) et (CG) ne sont pas coplanaires (donc ni parallèles, ni sécantes).

Exercice: A l'aide du cube précédent :

Citer deux autres droites coplanaires et sécantes :

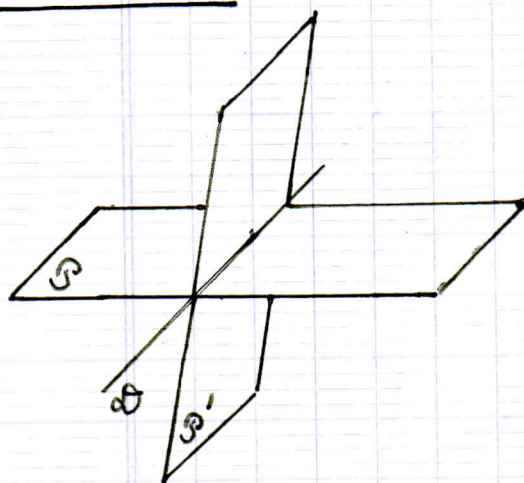
Citer deux autres droites coplanaires et parallèles :

Citer deux autres droites non coplanaires :

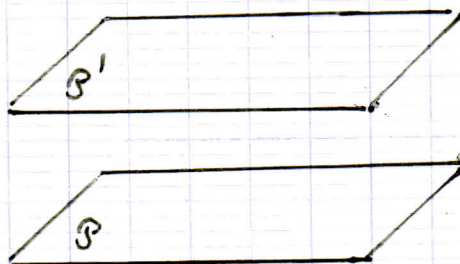
(b) Positions relatives de deux plans de l'espace

Deux plans de l'espace sont soit sécants, soit parallèles.
(Remarque: Dans le cas parallèles, les plans sont soit strictement parallèles, soit parallèles confondus.)

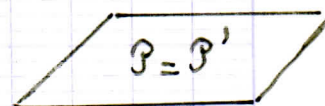
Illustration:



P et P' sont sécants
selon la droite D



P et P' sont strictement
parallèles



P et P' sont
parallèles
confondus

dans ces deux cas, on dit
que P et P' sont parallèles.

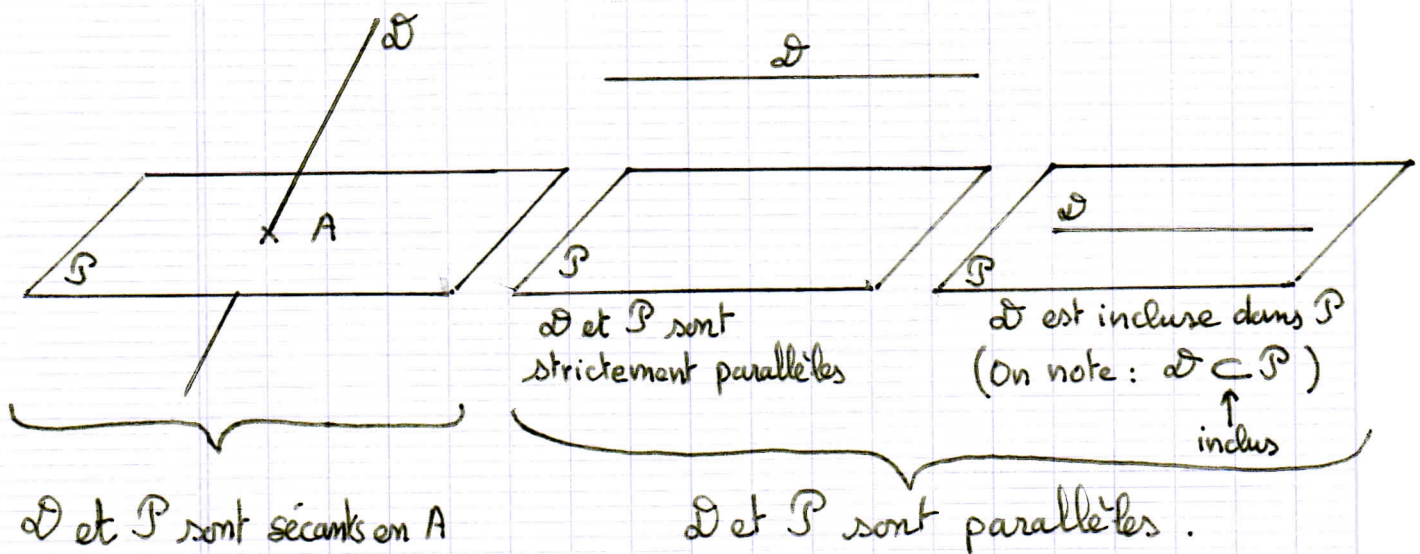
Exercice: dans le cube précédent (2a)

- Citer deux plans sécants :
- Citer deux plans strictement parallèles :

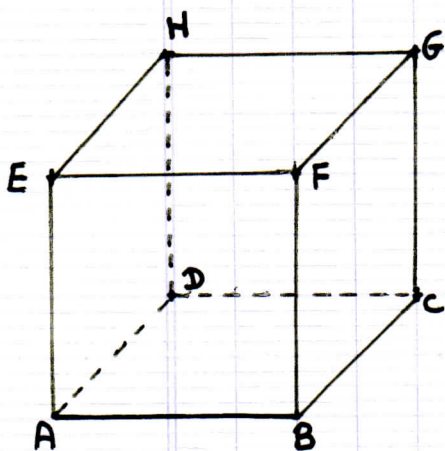
(C) Positions relatives d'un plan et d'une droite

Une droite peut être sécante à un plan ou parallèle à ce plan (soit strictement parallèle ou incluse dans le plan).

Illustration:



exemple dans le cube ABCDEFGH



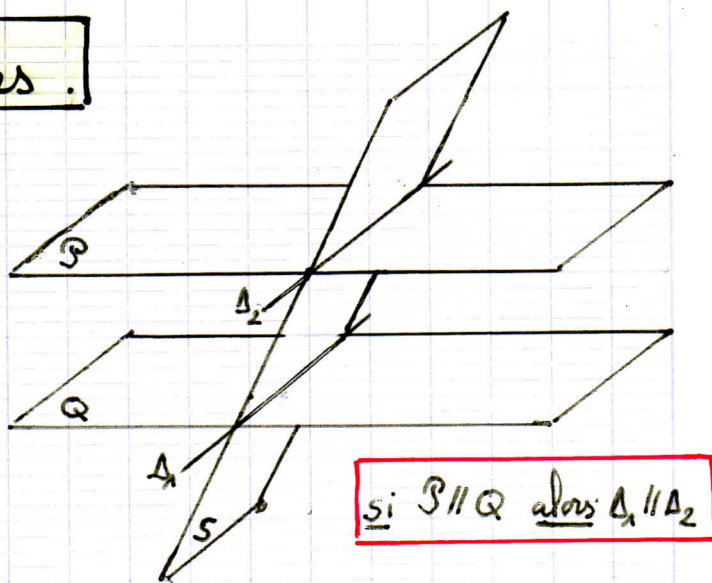
- * (AC) est incluse dans $(ABCD)$ donc (AC) est parallèle au plan (ABE) .
- * (AD) est sécante au plan $(ABEF)$ en A .
- * (AB) est strictement parallèle au plan (DCG) .

Exercice:

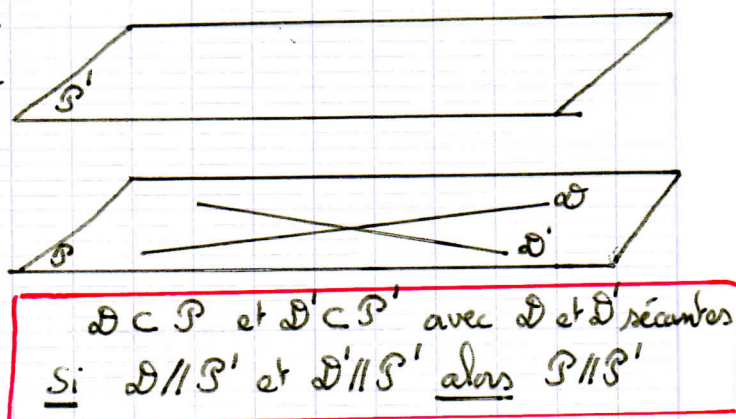
- * Citer une droite sécante au plan (BCG) :
- * Citer une droite strictement parallèle au plan (AFG) :

③ Rappels de théorèmes utiles.

* Si deux plans P et Q sont strictement parallèles, tout plan S qui coupe P coupe le plan Q et les deux droites d'intersection sont parallèles.



* Si deux droites sécantes d'un plan P sont parallèles chacune à un plan P' alors P est parallèle à P' .

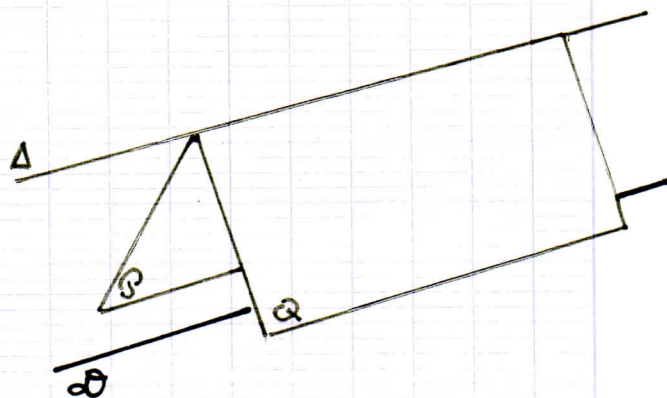


* Si deux plans sont parallèles alors une droite quelconque de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

* Théorème du toit

P et Q sont deux plans sécants en Δ .

Si $D // P$ et $D // Q$
alors $D // \Delta$

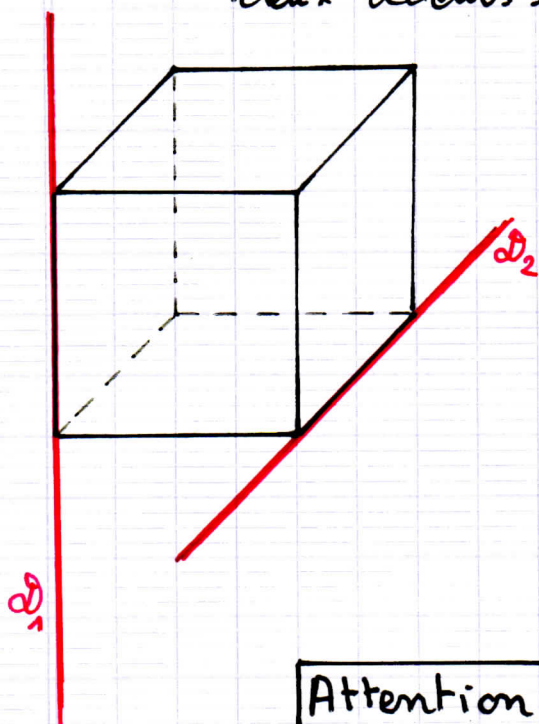


④ Orthogonalité dans l'espace

① Droites orthogonales

$\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont deux droites de l'espace de vecteurs directeurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$

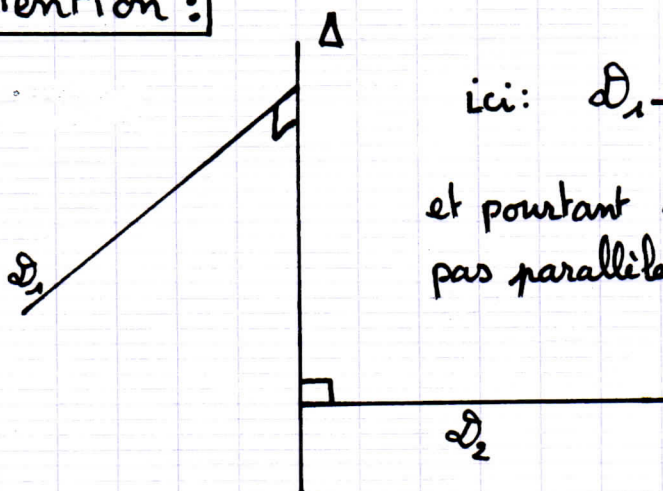
Définition : On dit que $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont orthogonales si les deux vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont orthogonaux.



Les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de la figure ci-contre sont orthogonales

Remarques : Deux droites orthogonales ne sont pas toujours sécantes (c'est le cas sur la figure ci-contre)

Attention :

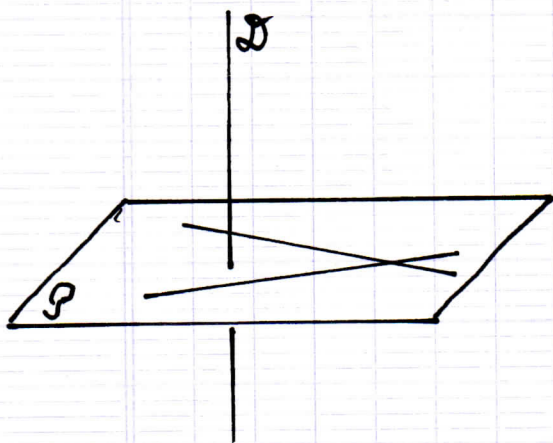


ici: $\mathcal{D}_1 \perp \Delta$ et $\mathcal{D}_2 \perp \Delta$

et pourtant $\mathcal{D}_1$ n'est pas parallèle à $\mathcal{D}_2$!

ⓑ Droites orthogonales à un plan

Définition: Une droite D est orthogonale à un plan P si elle est orthogonale à toute droite de P .

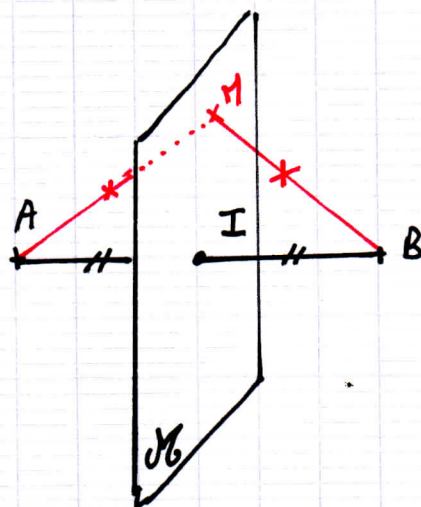


Théorème fondamental

Une droite D est orthogonale à un plan P si, et seulement si D est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan P .

ⓒ Plan médiateur d'un segment

Définition: Le plan médiateur M d'un segment $[AB]$ est le plan passant par le milieu du segment et qui est orthogonal à la droite (AB) .



Propriété très utile:

Le plan médiateur est l'ensemble des points équidistants de A et B

Le plan médiateur d'un segment est l'analogue dans l'espace de la médiatrice dans le plan